

第五章 同步問題

(Synchronization Issues)

5.1 同步問題介紹

5.1.1 DL Preamble 能量偵測

根據無線都會網路(Wireless-MAN)標準，在解調資料之前，必須抓取到碼框邊界、估算載波頻率偏移、執行保護區間長度估算、通道估測，但是這些動作均必須在 DL Preamble 架構中執行，因此偵測 DL Preamble 的到達與否是需要的。

5.1.2 載波頻率偏移及取樣頻率偏移

由於傳送端與接收端震盪器不能產生相同載波頻率及取樣頻率，因此會有載波頻率偏移及取樣偏移問題，在通道最大延遲擴散(Maximum Delay Spread)小於保護區間及同步完成的前提下，由式(5.1)可知在頻域上頻率偏移會造成子載波互相干擾(ICI)，而取樣頻率偏移則會造成相位旋轉。

$$\Rightarrow Y(k,l) = X_{k,l} H_k \underbrace{e^{\frac{-j2\pi k l N_{OFDM} \xi}{N}}}_{\text{Phase Rotation}} e^{-j2\pi \Delta f_c l N_{OFDM} \tilde{T}_s} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi \Delta f_c n \tilde{T}_s} \right) + \underbrace{\left(\sum_{\substack{\tilde{k}=0 \\ \tilde{k} \neq k}}^{N-1} X_{\tilde{k},l} H_{\tilde{k}} \exp\left(\frac{-j2\pi \tilde{k} l N_{OFDM} \xi}{N}\right) \exp(-j2\pi \Delta f_c l N_{OFDM} \tilde{T}_s) \cdot \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left(j\left(\frac{2\pi(\tilde{k}-k)n}{N} - 2\pi \Delta f_c n \tilde{T}_s\right)\right) \right) \right)}_{ICI(k,l)} \quad (5.1)$$

5.1.3 碼框同步

由於正交分頻多工技術是使用多個重疊的子載波來傳輸信號。只有當碼框是同步住的情形下，在 T_{FFT} 區間中各個子載波才是彼此正交。如果碼框沒有作好同步的話，我們將藉由第三章數學模型推導來觀察其所造成的影響。式(5.2)代表在

碼框不同步情況下的數學模型，由式(5.2)可以發現，假如碼框不同步的話，則其會有碼框互相干擾(ICI)問題，如此則會造成解調資料很大的錯誤。

$$\begin{aligned}
\tilde{r}_F(n, l) &\triangleq \tilde{r}_F(n\tilde{T}_s + lN_{OFDM}\tilde{T}_s), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad l = 0, 1, 2, \dots \\
&= \sum_{m=-N_g}^{N-1} x_{m, \tilde{l}} h \left[(n-m)\tilde{T}_s - m\xi\tilde{T}_s - lN_{OFDM}\xi\tilde{T}_s \right] \cdot \exp \left[-j2\pi\Delta f_c \left(n\tilde{T}_s + lN_{OFDM}\tilde{T}_s \right) \right] \\
&\quad + \sum_{\substack{\tilde{l}=0 \\ \tilde{l} \neq l}}^{\infty} \sum_{m=-N_g}^{N-1} x_{m, \tilde{l}} h \left[(n-m)\tilde{T}_s - m\xi\tilde{T}_s + lN_{OFDM}\tilde{T}_s - \tilde{l}N_{OFDM}(1+\xi)\tilde{T}_s \right] \cdot \\
&\quad \exp \left[-j2\pi\Delta f_c \left(n\tilde{T}_s + lN_{OFDM}\tilde{T}_s \right) \right] + z(n, l)
\end{aligned} \tag{5.2}$$

$$z(n, l) \triangleq z(t) \Big|_{t=n\tilde{T}_s + lN_{OFDM}\tilde{T}_s}$$

5.1.4 保護區間長度估算

由於無線都會網路(Wireless-MAN)是屬於室外無線接取技術，所以其所面對的環境有都市，市郊，山丘及平原等等。由於外在環境可能造成不同的最大延遲擴散值，在標準中所以也定義四種保護區間長度，分別是 8、16、32 及 64。當用戶端(Subscriber)開始要跟基地台(Base Station)進行連線時，基地台(Base Station)會根據當時環境決定採用那種保護區間長度，因此用戶端(Subscriber)必須執行保護區間長度估算的動作。

5.2 DL Preamble 能量偵測

無線都會網路(Wireless-MAN)的前導信號是由兩個符元組成。其中第一個符元是 Short Preamble，另一個符元則是 Long Preamble。Short Preamble 是由 4 個相同的成份所組成，也就是 Short Preamble 中每隔 64 點的值是相同的；而 Long Preamble 是由 2 個相同的成份所構成。所以 Long Preamble 每隔 128 點的值是相同的，有關 DL Preamble 的架構我們已於第三章介紹過，所以請參考圖 3.2.5。針對前導信號的週期特性，可以利用圖 5.2.1 的架構來偵測週期性信號能量的存在與否，在談論如何去偵測 DL Preamble 能量之前，我們先就此電路的功能做個簡

介。這樣的架構共有三種用途，分別是 DL Preamble 能量偵測、碼框同步及載波頻率偏移估算。我們先針對 DL Preamble 能量偵測原理做個說明。它是利用信號的相關性來偵測信號的能量是否存在。因為此一電路利用滑動視窗(Sliding Window)來偵測相關性，所以最新的一筆資料進來，最舊的一筆資料就被捨棄。

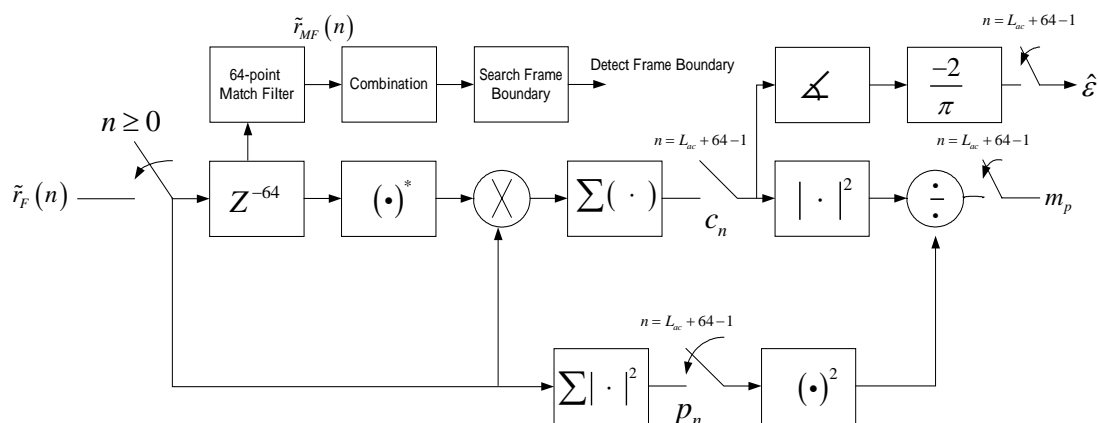


圖 5.2.1 DL Preamble 能量偵測/碼框同步/載波頻率偏移估算電路

信號 $\tilde{r}_F(n)$ 由電路左方輸入，電路開始運作。信號一路經過 64 點的延遲且取共軛複數後，和另一路進來的信號相乘，在累加 L_{ac} 點的資料量後取樣。這一個步驟在決定信號的相關性的大小。最後將累加 L_{ac} 點資料量在時間點 $n = L_{ac} + 64 - 1$ 取樣後的信號 $|c(n)|^2$ 除以信號 $(p(n))^2$ ，即得輸出信號。設定一判斷的門檻(Threshold)，若是 m_p 大於門檻，即可判定是否存在具有特定週期結構的封包。

5.3 載波頻率偏移估算方法

載波頻率偏移估算的方法是利用相隔為 D 個間距，在複數平面上同值同相位的兩點。當載波頻率偏移的時候，會有因時間差異而產生的一相位差。於是藉由已經知道的兩點間距，可以進一步地估算傳送端和接收端所產生的載波頻率偏移，這個方法就是最有可能性頻率偏移估算法(Maximum Likelihood Frequency Offset Estimation)，我們可以藉由以下推導來說明此估算的原理。

5.3.1 推導

假設 OFDM 符元是經由 N 點的快速富利葉反轉換所構成。在接收端，每個取樣點都受到一個獨立的高斯雜訊所影響。此外，假設通道是一個多重路徑擴展 (Delay Spread) 的通道，總通道長度小於保護區間長度。於是在接收端經過載波頻率偏移影響的信號，在第 n 點的取樣值可以表示成式(5.3):

$$\tilde{r}_F(n) = r(n) \exp(-j2\pi n\varepsilon/N) + z(n) \quad (5.3)$$

其中， $r(n)$ 是所傳輸的 OFDM 符元和通道迴旋後的取樣信號， $z(n)$ 是通過接收端濾波器後的雜訊， ε 是傳送端和接收端的振盪器頻率差，而且信號 $r(n)$ 是一個週期為 D 的信號。對數可能性函數表示如下:

$$\begin{aligned} \Lambda(\varepsilon) &= \log f(\tilde{r}_F(n) | \varepsilon), \quad n = 0, 1, \dots, 2D-1 \\ &= \log \left(\prod_{n \in I} f(\tilde{r}_F(n), \tilde{r}_F(n+D)) \right), \quad I = \{0, 1, \dots, D-1\}. \\ &= \log \left(C \prod_{n \in I} \exp \left(-\frac{|\tilde{r}_F(n)|^2 - 2\rho \operatorname{Re}\{e^{\frac{j2\pi\varepsilon D}{N}} \tilde{r}_F^*(n) \tilde{r}_F(n+D)\} + |\tilde{r}_F(n+D)|^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)(1-\rho^2)} \right) \right) \\ &= \log \left(C \exp \left(-\sum_{n=0}^{D-1} \frac{|\tilde{r}_F(n)|^2 - 2\rho \operatorname{Re}\{e^{\frac{j2\pi\varepsilon D}{N}} \tilde{r}_F^*(n) \tilde{r}_F(n+D)\} + |\tilde{r}_F(n+D)|^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)(1-\rho^2)} \right) \right) \\ &\propto \operatorname{Re}\{e^{\frac{j2\pi\varepsilon D}{N}} \sum_{n=0}^{D-1} \tilde{r}_F^*(n) \tilde{r}_F(n+D)\} - \frac{1}{2\rho} \sum_{n=0}^{D-1} (|\tilde{r}_F(n)|^2 + |\tilde{r}_F(n+D)|^2) \\ &= |\gamma| \cos\left(\frac{2\pi\varepsilon D}{N} + \angle\gamma\right) - \rho^{-1}\Phi \end{aligned}$$

其中

C: 常數

$$\rho = \left| \frac{E[\tilde{r}_F^*(k)\tilde{r}_F(k+D)]}{\sqrt{E[|\tilde{r}_F(k)|^2]}\sqrt{E[|\tilde{r}_F(k+D)|^2]}} \right| = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2}$$

$$\gamma = \sum_{n=0}^{D-1} \tilde{r}_F^*(n)\tilde{r}_F(n+D) = |\gamma| \angle \gamma$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{D-1} (|\tilde{r}_F(n)|^2 + |\tilde{r}_F^*(n+D)|^2)$$

$$E[|r(k)|^2] \equiv \sigma_s^2, \quad E[|z(k)|^2] \equiv \sigma_n^2$$

當

$$\cos\left(\frac{2\pi\varepsilon D}{N} + \angle \gamma\right) = 1$$

$\Lambda(\varepsilon)$ 達到最大，於是可以推得：

$$\frac{2\pi\varepsilon D}{N} + \angle \gamma = 2\pi k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\hat{\varepsilon} = -\frac{N}{2\pi D} \angle \gamma + \frac{N}{D} \cdot k$$

在推導的過程中，假設有一個已知結構的前導信號。這個前導信號共有 $L+1$ 個具有相同結構的短符元。在接收端，用 $1/T_s$ 取樣率取樣後，每一個短符元具有 D 個取樣點。於是總共有 $(L+1) \cdot D$ 個連續的取樣點。從 $\theta \cdot T_s$ 到 $((L+1) \cdot D - 1) \cdot T_s$ 的觀察區間，具有下面性質：

$$E[\tilde{r}_F^*(k)\tilde{r}_F(k+m)] = \begin{cases} \sigma_s^2 + \sigma_n^2, & m = 0 \\ \sigma_s^2 e^{-\frac{j2\pi\varepsilon D}{N} m}, & m = D \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$k = 0, 1, \dots, (L \cdot D - 1).$$

根據前導信號的架構，載波頻率偏移估算子可以表示成：

$$\hat{\varepsilon} = -\frac{N}{2\pi D} \angle \gamma(\theta)$$

其中，

$$\gamma(\theta) \triangleq \sum_{k=\theta}^{\theta+JD-1} \tilde{r}_F^*(k) \tilde{r}_F(k+D)$$

5.3.2 載波頻率偏移估算

m_p 大於門檻，表示具有特定週期結構的封包存在，在這點開始執行載波頻率偏移的估算，累加一個 L_{ac} 長度之後，做載波頻率偏移粗步估算，然後在碼框同步完成及保護區間長度估算後，利用 Long Preamble 做載波頻率偏移的微調。

5.4 碼框同步

找出載波頻率偏移估算的起始點之後，利用 64 點的匹配濾波器，找出 Short Preamble 中彼此的邊界，如圖 5.4.1 所示。64 點的匹配濾波器為 Short Preamble 中 64 個取樣點經 IFFT 之後的訊號取其極性位元而成，輸入資料送進匹配濾波器，取其輸出強度最大點即為 Short Preamble 中彼此的邊界。找出 Short Preamble 中彼此的邊界後，使用滑動視窗(Sliding Window)的方式，來偵測 Short Preamble 的結束點。我們不直接偵測轉折點，而是測試相關性是否小於某個門檻，若是上述條件成立，則判斷週期性信號已經結束。而門檻的設定是根據偵測到週期性信號存在時封包偵測的輸出 m_p 除 2。於是若是在碼框同步輸出 m_f 小於封包偵測的輸出值 m_p 的 0.5 倍時，就判定信號的相關性已經相當小，週期性信號已經消失，確定找出 Short Preamble 的終點位置。

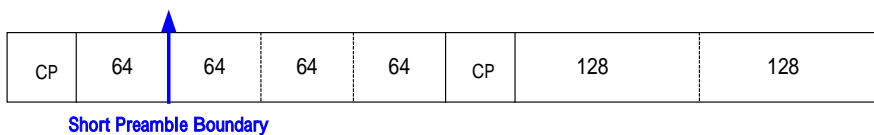


圖 5.4.1 Short Preamble 中彼此的邊界(箭頭位置)

5.5 保護區間長度的估算

找到 Short Preamble 的終點位置之後，我們用一個 128 點的匹配濾波器來找出 Long Preamble 保護區間信號的終點位置，我們藉著找出匹配濾波器的峰值，算出此峰值與 Short Preamble 終點位置的距離即為 CP 的長度。然而，在多重路徑的通道影響之下，只利用一個峰值來與 Short Preamble 的終點位置做比較會有很大的風險，因此，我們必須多找出幾點來與 Short Preamble 的終點位置做比較才會有較佳的結果，以下將說明如何去估算及決定保護區間長度。

找出三個匹配濾波器輸出峰值，然後分別計算出這三個輸出峰值與 Short Preamble 終點位置的距離，利用此距離與不同的 CP (8、16、32 及 64)個別做相減，找出差值最小者，即求出保護區間長度，並可藉此做 Short Preamble 終點位置的微調。

舉例: $d_1=22, d_2=32, d_3=42$

(1) 取最小值 $(|22-8|, |22-16|, |22-32|, |22-64|) = 6$,

(2) 取最小值 $(|32-8|, |32-16|, |32-32|, |32-64|) = 0$,

(3) 取最小值 $(|42-8|, |42-16|, |42-32|, |42-64|) = 10$

(1) (2) 及 (3) 式中，最小值為 0，其值由 d_2 與 CP 為 32 所產生，所以推得 $CP=32$ 進而求出 θ ，然後 Short Preamble 的終點位置往左微調 θ 點。

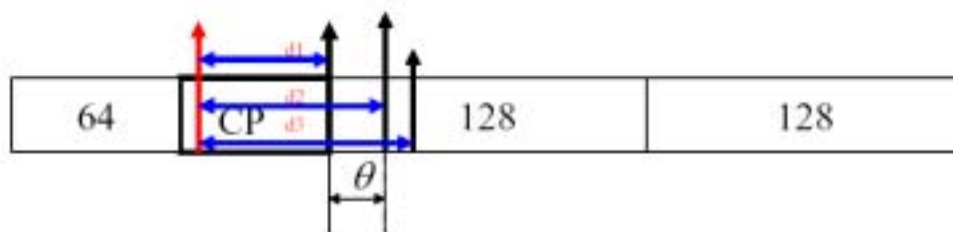


圖 5.5.1 保護區間長度估算與 Short Preamble 終點位置的微調

5.6 碼框同步與載波頻率偏移估算的微調

當我們找出保護區間的長度之後，可以利用這個資訊來做時間上的微調。圖 5.5.1 顯示在 Long Preamble 中的三個匹配濾波器輸出之中，被我們挑到的是第二根路徑，這表示我們之前的 Short Preamble 的終點位置決定落在第二根，而非我們期望的第一根路徑。因此我們必須計算第二根與第一根的差距 θ ，再利用這個值來補償 Short Preamble 的終點位置，到了這個時候，碼框同步可以說被我們完整的解決了。等到碼框同步完成後，我們自然可以找出 Long Preamble 的位置。利用前面初估載波頻率的方法，我們使用 Long Preamble 來細調載波頻率偏移，因此得到以下的式子：

$$\hat{\varepsilon} = -\frac{N}{2\pi L} \angle \gamma(\theta)$$

其中， $L=128$ 為 Long Preamble 中 128 個取樣值，且

$$\gamma(\theta) \triangleq \sum_{k=0}^{\theta+JL-1} \tilde{r}_F^*(k) \tilde{r}_F(k+D)$$



然而，碼框同步的不完美會造成取樣點往後移動若干點，因此取出的第二個 128 點的後面幾點會包含一些 data 的成分，造成載波頻率細調上的缺失，我們可以固定往前數保護區間長度的 1/2，如圖 5.5.2 所示，這個方式對載波頻率細估較為 robust。

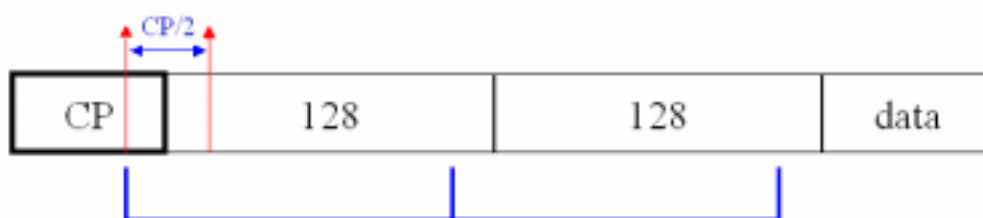


圖 5.6.1 載波頻率偏移的微調

5.7 取樣頻率偏移估算方法

由於載波頻率偏移估算無法精確地執行，因此取樣頻率偏移往往伴隨著殘餘載波頻率偏移影響，所以兩者要一起考慮。那麼到底估測以及補償取樣頻率偏移和殘餘載波頻率偏移要在時域做還是頻域做呢？如果殘餘載波頻偏要仿照前面 DL Preamble 的方法，在時域尋找相同的取樣點，相鄰一段時間做複數共軛相乘把相位(載波頻率偏移)取出來，似乎是個不錯的辦法。但是不幸的，在多路徑通道考量下，IEEE802.16a 無線都會網路標準中的封包除了 Short Preamble 與 Long Preamble 可以找到完美的相同時域取樣點來作取相位的動作以外，在之後的碼框控制標頭(FCH)、DATA 符元皆找不到相同時域取樣點。即使保護區間本來有週期延伸(Cyclic Extension)的特性，但也因為多路徑擴散造成保護區間被前面一個 OFDM 符元所污染而失去相同取樣點的特性。何況加上取樣頻率偏移之後，接收端的取樣點會有更大的誤差，所以在此利用共軛複數相乘把相位(載波頻率偏移)取出來似乎不是一個可行的辦法，因此必須另外想方法，此方法就是頻域的相位估算補償，概稱為開放式相位追蹤迴路(Open-Loop Phase-Tracking)。

相位補償的好處是用頻域 200 個載波的相位補償取代時域 256 點取樣點的內插及載波頻偏補償，所以就耗用的硬體成本而言似乎會比較低，而且同時處理載波頻率偏移與取樣頻率偏移使問題變得比較容易，理論上也可以實現。首先忽略載波之間干擾(ICI)，將之視為雜訊干擾，同時估算載波頻率偏移與取樣頻率偏移所造成的相位旋轉量，便可根據其載波位置的不同與 OFDM 符元的增加，補償其相位旋轉的量就可以了。推導細節如下：根據式(5.1)，定義載波傳送的資料受到殘餘載波頻率偏移與取樣頻率偏移所造成的相位移影響為 $S_{k,l}$ ，

$$S_{k,l} = X_{k,l} \hat{H}_k \exp\left(-j2\pi l \left(\Delta f_r \tilde{T}_{OFDM} + \frac{kN_{OFDM} \xi}{N}\right)\right)$$
$$\hat{H}_k = H_k \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-j2\pi \Delta f_r \tilde{T}_s n)\right)$$
$$\tilde{T}_{OFDM} = N_{OFDM} \tilde{T}_s$$

其中有一項的相位旋轉來自取樣頻率偏移，另一項的相位旋轉來自殘餘載波頻率偏移，而取樣頻率偏移所造成的相位旋轉量在每個載波上都不相同，反之殘餘載波頻率偏移所造成的相位旋轉量在每個載波上都相同，兩者的共同特性便是會一直隨著 OFDM 符元索引的增加而增加。由上式可發現在頻域上可以利用複數共軛相乘把相位差取出來，但是由於此相位差非常的小，恐怕這樣做取出來都是雜訊，因此利用一段連續 OFDM 符元的累加來壓抑雜訊與 ICI，也就是兩大塊連續 OFDM 符元累加完再取複數共軛相乘，即可把相位差取出來，如式(5.4)式所示。

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{S_{k,l}}{X_{k,l}} + \frac{S_{k,l+1}}{X_{k,l+1}} + \dots + \frac{S_{k,l+l_{sum}-1}}{X_{k,l+l_{sum}-1}} \right) \left(\frac{S_{k,l+l_{sum}}}{X_{k,l+l_{sum}}} + \frac{S_{k,l+l_{sum}+1}}{X_{k,l+l_{sum}+1}} + \dots + \frac{S_{k,l+2^*l_{sum}-1}}{X_{k,l+2^*l_{sum}-1}} \right)^* \\
 &= \left| \hat{H}_k \right|^2 \left[\begin{aligned} & \left(1 + \exp \left(-j2\pi \left(\Delta f_r \tilde{T}_{OFDM} + \frac{kN_{OFDM}\xi}{N} \right) \right) + \dots \right. \\ & \left. + \exp \left(-j2\pi (l_{sum} - 1) \left(\Delta f_r \tilde{T}_{OFDM} + \frac{kN_{OFDM}\xi}{N} \right) \right) \right)^2 \\ & \cdot \exp \left(j2\pi l_{sum} \left(\Delta f_r \tilde{T}_{OFDM} + \frac{kN_{OFDM}\xi}{N} \right) \right) \end{aligned} \right] \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

由於累加了 l_{sum} 個 OFDM 符元，因此式(5.4)複數共軛相乘取出來的相位也多了 l_{sum} 倍，所以取出來的相位再除以 l_{sum} 才是真正相鄰 OFDM 符元之間的相位差，如式(5.5)所示

$$\begin{aligned}
 & 2\pi \left(\Delta f_r \tilde{T}_{OFDM} + \frac{kN_{OFDM}\xi}{N} \right) \\
 &= \frac{1}{l_{sum}} \times \arg \left\{ \left(\frac{S_{k,l}}{X_{k,l}} + \frac{S_{k,l+1}}{X_{k,l+1}} + \dots + \frac{S_{k,l+l_{sum}-1}}{X_{k,l+l_{sum}-1}} \right) \cdot \left(\frac{S_{k,l+l_{sum}}}{X_{k,l+l_{sum}}} + \frac{S_{k,l+l_{sum}+1}}{X_{k,l+l_{sum}+1}} + \dots + \frac{S_{k,l+2^*l_{sum}-1}}{X_{k,l+2^*l_{sum}-1}} \right)^* \right\} \quad (5.5)
 \end{aligned}$$

觀察式(5.5)，我們發現其中有一個未知數便是 $X_{k,l}$ ， $\forall l$ ，所幸在 IEEE802.16a

無線都會網路標準中已經定義八個 Pilots , $X_{k,l} = 1$ (or -1) , $k = \pm 12$ and ± 36 and ± 60 and ± 84 , $\forall l$, 這八個載波所傳送的資料皆被傳送端與接收端所知 , 所以可以拿來做相位之估算 , 觀察(5.5)式可發現其實估算出來的相位會隨著載波位置 k 的不同而不同 , 是位置 k 的線性方程式 , 因此可以想辦法找到一條直線來代表這(5.5)式。方法便是利用之前所說的八個 Pilots 個別估算出相位後 , 找一條直線來滿足(靠近)這八個已知位置 k 的相位 , 我們採用的方法就是權重最小平方差曲線撮合(Weighted-Least-Squares Curve-Fitting) , 其原理是利用一些已知關係的輸入輸出 , 欲求其關係式中的未知數 , 給予一定量的輸入參考資料 , 然後觀察輸出值 , 想辦法找出一組係數解來讓觀察到的輸出值與真正的輸出值的誤差平方和為最小 , 此外權重最小平方差會給比較相信(出錯率較低)的輸入輸出所量測到誤差比較大的權重 , 給比較不相信的誤差比較小的權重 , 甚至忽略 , 有權重會比沒有權重一視同仁都拿來做估測還來的準。所以在這裡同樣地可以給予八個輸入值 , 即八個 Pilots 的位置 k , $k = \pm 12$ and ± 36 and ± 60 and ± 84 , 然後觀察個別估測到的相位值 ϕ_k , $k = \pm 12$ and ± 36 and ± 60 and ± 84 , 想辦法找出(5.5)式中的未知數 , 即斜率 $m = (2\pi N_{OFDM} \xi / N)$ 與截點 $\phi_0 = 2\pi \Delta f_r \tilde{T}_{OFDM}$, 便可把(5.5)式中所有載波位置的相位都給求出來 , 如圖 5.7.1 所示。至於權重要如何給 , 則是一個需要考量的問題。在做八個 Pilots 相位估算時 , 統計上雜訊對其干擾程度皆一樣 , 唯一的不同來自每個載波所受到頻域通道係數大小不同 , 理論上通道係數越大越好 , 訊雜比(SNR)會比較高 , 因此估算相位也比較準確 , 所以可以由通道狀況給予大小不同的權重 , 也就是直觀地把估算出來通道狀況 $|\tilde{H}_k|^2$ 加進去考量 , 因此我們可得(5.6)式

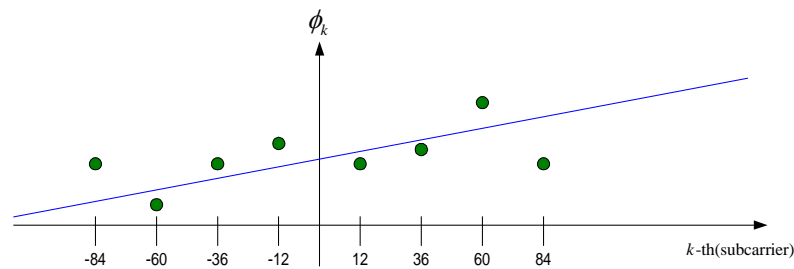


圖 5.7.1 相位 載波位置 曲線撮合示意圖

$$\begin{bmatrix} |\tilde{H}_{12}|^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |\tilde{H}_{36}|^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |\tilde{H}_{60}|^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |\tilde{H}_{84}|^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & |\tilde{H}_{-84}|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |\tilde{H}_{-60}|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |\tilde{H}_{-36}|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |\tilde{H}_{-12}|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 36 & 1 \\ 60 & 1 \\ 84 & 1 \\ -84 & 1 \\ -60 & 1 \\ -36 & 1 \\ -12 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{m} \\ \hat{\phi}_0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{36} \\ \phi_{60} \\ \phi_{84} \\ \phi_{-84} \\ \phi_{-60} \\ \phi_{-36} \\ \phi_{-12} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

在使誤差平方和最小的準則(Criterion)下，

$$\begin{aligned}
\min_{\hat{m}, \hat{\phi}_0} & |\tilde{H}_{12}|^2 (\phi_{12} - 12\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 + |\tilde{H}_{36}|^2 (\phi_{36} - 36\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 \\
& + |\tilde{H}_{60}|^2 (\phi_{60} - 60\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 + |\tilde{H}_{84}|^2 (\phi_{84} - 84\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 \\
& + |\tilde{H}_{-84}|^2 (\phi_{-84} - (-84)\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 + |\tilde{H}_{-60}|^2 (\phi_{-60} - (-60)\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 \\
& + |\tilde{H}_{-36}|^2 (\phi_{-36} - (-36)\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2 + |\tilde{H}_{-12}|^2 (\phi_{-12} - (-12)\hat{m} - \hat{\phi}_0)^2
\end{aligned} \quad (5.7)$$

由參考文獻[22]可知垂直方程式(Normal Equation)的解即為其解，因此把(5.7)式改寫成垂直方程式之後，化簡可得

$$\begin{bmatrix} \hat{m} \\ \hat{\phi}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D \\ E \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

其中

$$\begin{aligned}
A &= 144(|H_{12}|^2 + |H_{-12}|^2) + 1296(|H_{36}|^2 + |H_{-36}|^2) + 3600(|H_{60}|^2 + |H_{-60}|^2) + 7056(|H_{84}|^2 + |H_{-84}|^2) \\
B &= 12(|H_{12}|^2 - |H_{-12}|^2) + 36(|H_{36}|^2 - |H_{-36}|^2) + 60(|H_{60}|^2 - |H_{-60}|^2) + 84(|H_{84}|^2 - |H_{-84}|^2) \\
C &= |H_{12}|^2 + |H_{36}|^2 + |H_{60}|^2 + |H_{84}|^2 + |H_{-84}|^2 + |H_{-60}|^2 + |H_{-36}|^2 + |H_{-12}|^2 \\
D &= 12(|H_{12}|^2 \phi_{12} - |H_{-12}|^2 \phi_{-12}) + 36(|H_{36}|^2 \phi_{36} - |H_{-36}|^2 \phi_{-36}) + 60(|H_{60}|^2 \phi_{60} - |H_{-60}|^2 \phi_{-60}) + 84(|H_{84}|^2 \phi_{84} - |H_{-84}|^2 \phi_{-84}) \\
E &= |H_{12}|^2 \phi_{12} + |H_{36}|^2 \phi_{36} + |H_{60}|^2 \phi_{60} + |H_{84}|^2 \phi_{84} + |H_{-84}|^2 \phi_{-84} + |H_{-60}|^2 \phi_{-60} + |H_{-36}|^2 \phi_{-36} + |H_{-12}|^2 \phi_{-12} \\
\text{determinant } Det &= A \cdot C - B \cdot B
\end{aligned}$$

觀察(5.8)式中的反矩陣存在與否端看通道狀況的大小是否有讓 determinant Det 不為零，藉由模擬中發現 determinant Det 為零的機會非常低，所以可以放心地由(5.8)式求得 \hat{m} 及 $\hat{\phi}_0$ 。在求得 \hat{m} 和 $\hat{\phi}_0$ 之後，接下來要考量的就是補償方式，我們的補償方式就是不希望用到相當大的記憶體使用量，因此我們可以考慮八個 Pilots 需要累加的儲存，八個 Pilots 一開始便有 Long Preamble、一個碼框控制標頭(FCH)可做累加動作，而收到 Data 1 可以做 $l_{sum}=2$ 的相位估算，補償所有載波相位移後流過去，之後收到 Data 2 可將累加的 Pilots 位置位移一格做累加 $l_{sum}=2$ 的相位估算，然後做曲線撮合、平均斜率與截點以及補償，等到收到 Data 3 才有可能做 $l_{sum}=3$ 的相位估算，如此一直下去，直到封包結束全部做完。雖然這樣做不須儲存任何資料載波(Data Sub-carriers)，減少記憶體使用量，但是卻有一些效能損失，也就是說，會與完美的載波頻率同步、取樣頻率同步有一段距離，所以除了減少記憶體以外，必須同時減少補償估算相位的效能損失。當利用(5.5)式估算相位時，累加 l_{sum} 個 OFDM 符元可幫助壓抑載波之間干擾與高斯雜訊，會得到比較準確的相位估算，若累加 l_{sum} 越多個，相位估算越準確，所以可以利用這簡單特性，在平均斜率與截點過程中動手腳，後面收到的 OFDM 符元估算出來之相位給予比較大的權重再做平均，其中權重總合為一，因為其可利用的 l_{sum} 比較大，所以相信後面估算出來的相位會比較準。等到收到 OFDM 符元已經夠多時，也就是收到第 l 個以後的 OFDM 符元，其中 $l \geq l_{equal}$ ，便可恢復正常的平均方式，也就是等權重的方式平均，如(5.9)式所示。這樣做可以避免一開始的收到 OFDM 符元不夠多、 l_{sum} 比較小而受到大的雜訊與 ICI 干擾，而造成估算出來相位不準又主宰整個封包相位估算的精確度。除此之外，尚可利用一開始估算相位不準的特性，刻意忽略前幾個收到 OFDM 符元的相位估算，也就是只執行累加的動作但是在數量未到達某一程度之前都不做(5.5)式估算相位，也不補償其相位旋轉，這是為了避免其相位估算錯誤而補償錯誤的相位造成更嚴重的相位差。

$$\hat{m}_{l,avg} = \begin{cases} \frac{\hat{m}_{l-1,avg} + \hat{m}_l}{2}, & l < l_{equal} \\ \hat{m}_{l-1,avg} \cdot \frac{l-1}{l} + \frac{\hat{m}_l}{l}, & l \geq l_{equal} \end{cases}$$

$$\hat{\phi}_{0,l,avg} = \begin{cases} \frac{\hat{\phi}_{0,l-1,avg} + \hat{\phi}_{0,l}}{2}, & l < l_{equal} \\ \hat{\phi}_{0,l-1,avg} \cdot \frac{l-1}{l} + \frac{\hat{\phi}_{0,l}}{l}, & l \geq l_{equal} \end{cases} \quad (5.9)$$

圖 5.7.2 為開放式相位追蹤迴路運作方塊圖。

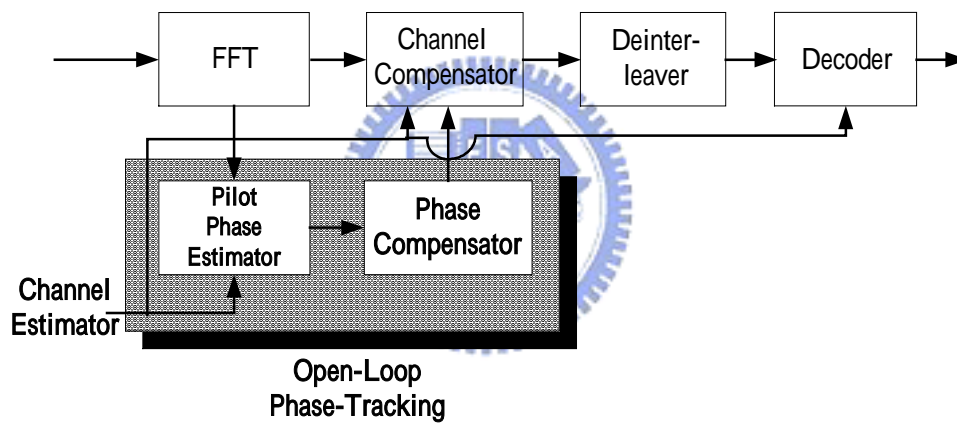


圖 5.7.2 開放式相位追蹤迴路運作方塊圖